



Морская инженерия (9-11 кл)

Задание 1 (20 баллов)

Решить уравнение $2 \log_{12} \left(x + \frac{6}{x-5} \right) = \log_{12} \left(\frac{3}{x-2} - \frac{2}{x-3} \right) + 3.$

$$2 \log_{12} \left(x + \frac{6}{x-5} \right) = \log_{12} \left(\frac{3}{x-2} - \frac{2}{x-3} \right) + 3.$$

Решение задания 1

$$2 \log_{12} \left(x + \frac{6}{x-5} \right) = \log_{12} \left(\frac{3}{x-2} - \frac{2}{x-3} \right) + 3$$

Приведем к общему знаменателю каждое из двух выражений, стоящих под знаком логарифма.

$$2 \log_{12} \frac{x(x-5)+6x(x-5)+6}{x-5} = \log_{12} \frac{3(x-3) - 2(x-2)3(x-3) - 2(x-2)}{(x-2)(x-3)} + 3$$

$$2 \log_{12} \frac{(x-2)(x-3)(x-2)(x-3)}{x-5} = \log_{12} \frac{x-5}{(x-2)(x-3)(x-2)(x-3)} + 3$$

$$x(x-5)+6=x^2-5x+6$$

$$x_1=2 \quad x_2=3$$

Получим

$$2 \log_{12} \frac{(x-2)(x-3)(x-2)(x-3)}{x-5} = \log_{12} \left(\frac{(x-2)(x-3)}{x-5} \right) \left(\frac{(x-2)(x-3)}{x-5} \right) - 1 = + 3$$

По свойствам логарифма

$$(2+1) \log_{12} \frac{(x-2)(x-3)(x-2)(x-3)}{x-5} = 3 \text{ или } \log_{12} \frac{(x-2)(x-3)(x-2)(x-3)}{x-5} = 1$$

$$\frac{(x-2)(x-3)(x-2)(x-3)}{x-5} = 12 (>0), \text{ что соответствует О.Д.З.}$$

$$x^2-5x+6=12(x-5) \setminus (x \neq 5, \text{ иначе } 6=0)$$

$$x^2-17x+66=0$$

$$x_1=6 \quad x_2=11$$

Ответ: $x_1=6 \quad x_2=11$

Задание 2 (20 баллов)

Каким числом способов могут быть распределены 5 судов по двум линиям, если на каждой линии должно быть не менее двух судов?

Решение задания

Так как порядок судов не принципиален, то из всех видов соединений выбираем сочетания

$$C_n^m C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Если на первой линии 2 судна, то

$$C_5^2 C_5^2 = \frac{5!}{2!3!} \frac{5!}{2!3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 10 \text{ (способов)}$$

Если 3 судна, то

$$C_5^3 C_5^3 = \frac{5!}{3!2!} \frac{5!}{2!3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 10 \text{ (способов)}$$

Итого $10+10=20$ (способов)

Ответ: 20 способов

Задание 3 (20 баллов)

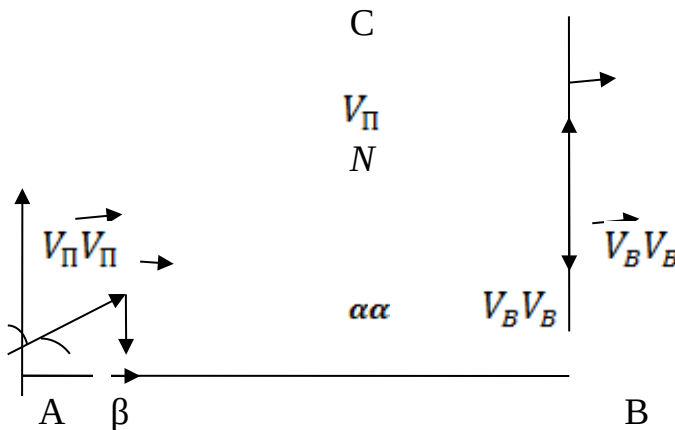
Паром совершает рейс через пролив из порта А в порт С с заходом в В с постоянной скоростью хода. Порт В находится на востоке от порта А на дальности 10 миль, порт С находится на севере от порта В на дальности 5 миль. В проливе есть течение с севера на юг со скоростью воды 0.514 м/с. Определить курс (направление движения парома, отсчитанное от направления на север) парома из А в В для совершения наикратчайшего перехода, если известно, что паром проходит путь из В в С за один час.

Одна морская миля равна 1852 м.

Решение задания 3

Дано: AB=10 миль BC=5 миль $V_B=0,514\text{ м/с}$ $t_{bc}=1\text{ час}$ 1 миля =1852м	Си: 18520м 9260м 0,514м/с 3600с
	α - ?

Решение:



Введем обозначения:

V_{π} - скорость парома относительно воды (без течения).

β - поправка на курс.

Наикратчайшим переходом будет движение по прямой АВ. Паром должен учесть поправку β на курс для компенсации течения в проливе (см.рис):

$$\sin \beta = \frac{V_B}{V_{\pi}}$$

Найдем скорость парама V_{Π} , используя данные

для BC:

$$V_{\Pi} - V_B = \frac{BC}{t_{BC}} V_{\Pi} - V_B = \frac{BC}{t_{BC}}; \quad V_{\Pi} = V_B + \frac{BC}{t_{BC}}$$

$$V_{\Pi} = V_B + \frac{BC}{t_{BC}}$$

Тогда,

$$\sin \beta = \frac{V_B}{V_{\Pi}} = \frac{V_B}{V_B + \frac{BC}{t_{BC}}} = \frac{0,514 \text{ м/с}}{0,514 \text{ м/с} + 2,572 \text{ м/с}} = 0,167$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{V_B}{V_B + \frac{BC}{t_{BC}}}\right) = \arcsin(0,167) = 9,59^\circ$$

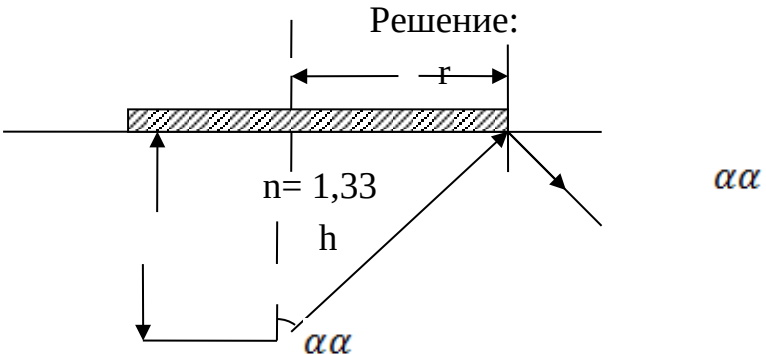
$$\alpha = 90^\circ - \beta = 90^\circ - 9,59^\circ = 80,41^\circ$$

Ответ: курс парама $\alpha = 80,41^\circ$

Задание 4 (20 баллов)

На дно сосуда, наполненного водой до высоты $h = 10$ см, помещен точечный источник света. На поверхности воды плавает круглая непрозрачная пластинка так, что ее центр находится над источником света. Какой наименьший радиус должна иметь эта пластинка, чтобы ни один луч не мог выйти через поверхность воды. Показатель преломления воды 1,33.

Решение задания 4

Дано:	СИ:	Решение:
$h = 10$ см	0,1 м	
$n = 1,33$	1,33	
	$r = ?$	<p>Чтобы световой луч не вышел из воды, он должен падать на край диска под углом полного внутреннего отражения α. Для нахождения наименьшего радиуса r используется закон полного внутреннего отражения:</p> $\sin \alpha = \frac{1}{n}$

$$\text{Тогда } r = h * \operatorname{tg} \alpha = h * \operatorname{tg}(\arcsin \frac{1}{n}) = 0,1 \text{ м} * \operatorname{tg}(\arcsin (\frac{1}{1,33}))$$

$$= 0,1 * \operatorname{tg}(48,75^\circ) = 0,114 \text{ м}$$

Ответ: номинальный радиус диска должен быть
 $r = 0,114 \text{ м}$

Задание 5 (20 баллов)

Объёмное водоизмещение судна равно объёму подводной части корпуса судна ниже ватерлинии, включая все выступающие части.

Так, объёмное водоизмещение понтона, изображенного на рис. 1а, составляет $10 \times 5 \times 2 = 100$ куб.м.

L- длина понтона, В – ширина, Т – осадка, то есть расстояние от нижней плоскости понтона до ватерлинии.

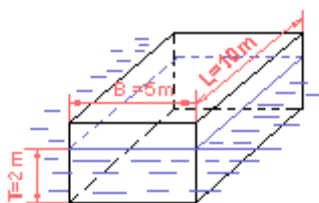


Рис. 1а

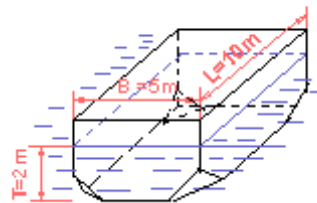


Рис. 1б

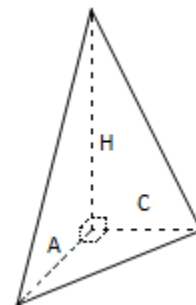


Рис. 1с

Нужно найти объёмное водоизмещение понтона (рис. 1б), корпус которого отличается от параллелепипеда тем, что в нижней части с четырех сторон отняты объёмы четырех прямоугольных пирамид. Известно, что высота H каждой пирамиды равна 1 м, а две из трех сторон основания A и C также имеют длину 1 м. Остальные параметры (L, B и T) оставим прежними.

При записи формулы в ячейку F2 рабочего листа Excel (рис. 2) была допущена ошибка.

Учтите, что формулу надо будет копировать в ячейки F3 и F4 рабочего листа для подсчета объёмных водоизмещений понтонов с другими параметрами, но такими же «вырезанными» пирамидами.

Исправьте формулу и затем вычислите.

