



ЕДИНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ МУЛЬТИПРЕДМЕТНАЯ МОРСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР 25316

№1.

$$1) \sqrt{3x^2+5x+8} - \sqrt{3x^2+5x+1} = 1$$

$$\sqrt{3x^2+5x+8} = 1 + \sqrt{3x^2+5x+1} \quad |^2$$

$$3x^2+5x+8 = 1 + 2\sqrt{3x^2+5x+1} + 3x^2+5x+1$$

$$8 = 2 + 2\sqrt{3x^2+5x+1}$$

$$2\sqrt{3x^2+5x+1} = 6 \quad | :2$$

$$\sqrt{3x^2+5x+1} = 3 \quad |^2$$

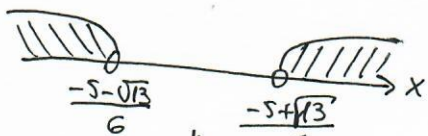
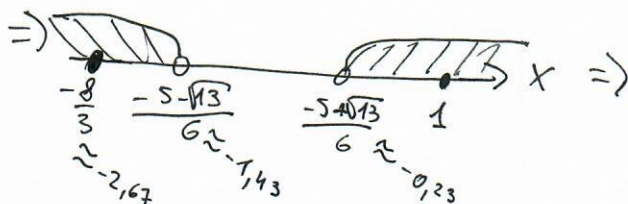
$$3x^2+5x+1 = 9$$

$$3x^2+5x-8 = 0$$

$$D = 25 + 96 = 121$$

$$x = \frac{-5+11}{6} = 1$$

$$x = \frac{-5-11}{6} = -\frac{8}{3}$$



$$x \in \left(-\infty; \frac{-5-\sqrt{13}}{6} \right) \cup \left(\frac{-5+\sqrt{13}}{6}; +\infty \right)$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{8}{3} \end{cases} \leftarrow \text{с учётом ООУ}$$

Ответ: $-\frac{8}{3}; 1$.

$$2) \sqrt{15-x} + \sqrt{3-x} = 6$$

$$\sqrt{15-x} = 6 - \sqrt{3-x} \quad |^2$$

$$15-x = 36 - 12\sqrt{3-x} + 3-x \quad | x(-1)$$

$$24 = 12\sqrt{3-x} \quad | :12$$

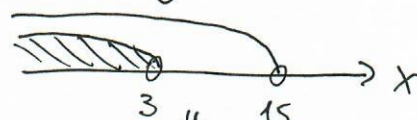
$$\sqrt{3-x} = 2$$

$$3-x = 4 \quad | x(-1)$$

$$x = -4 + 3$$

$$x = -1 \Rightarrow \text{number line diagram} \Rightarrow x = -1 \leftarrow \text{с учётом ООУ}$$

$$\text{ООУ: } \begin{cases} 15-x > 0 \\ 3-x > 0 \end{cases}$$



$$x \in (-\infty; 3)$$

Ответ: -1 .



ЕДИНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ МУЛЬТИПРЕДМЕТНАЯ МОРСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР 25316

N2.

$$1) \log_5(4-x) + \log_5(4+x) = -2$$

$$\log_5((4-x)(4+x)) = -2$$

$$\log_5(16-x^2) = -2$$

$$16-x^2 = \frac{1}{25} \quad |x \neq \pm 4$$

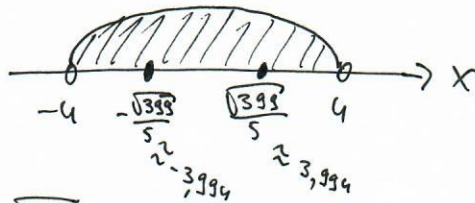
$$x^2 = 16 - \frac{1}{25}$$

$$x^2 = \frac{399}{25}$$

$$x = \frac{\sqrt{399}}{5}$$

$$x = -\frac{\sqrt{399}}{5}$$

\Rightarrow



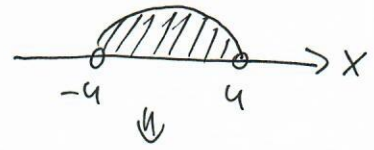
\Rightarrow

$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{399}}{5} \\ x = -\frac{\sqrt{399}}{5} \end{cases}$$

с учётом ООУ

$$\text{ООУ: } \begin{cases} 4-x > 0 \\ 4+x > 0 \end{cases}$$

\Downarrow



\Downarrow

$$x \in (-4; 4)$$

Ответ: $-\frac{\sqrt{399}}{5}; \frac{\sqrt{399}}{5}$

$$2) \log_5\left(\frac{2+x}{10}\right) = \log_5\left(\frac{2}{x+1}\right)$$

$$\log_5\left(\frac{2+x}{10}\right) - \log_5\left(\frac{2}{x+1}\right) = 0$$

$$\log_5\left(\frac{(2+x)(x+1)}{20}\right) = 0$$

$$\frac{2x+2+x^2+x}{20} = 1$$

$$\frac{x^2+3x+2}{20} - \frac{20}{20} = 0$$

$$\frac{x^2+3x-18}{20} = 0 \quad |x \neq 0$$

$$x^2+3x-18=0$$

$$D = 9+72 = 81$$

$$x = \frac{-3+9}{2} = 3$$

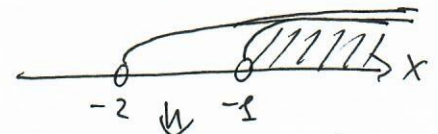
$$x = \frac{-3-9}{2} = -6$$

\Rightarrow $x \Rightarrow x=3$ с учётом ООУ

Ответ: 3.

$$\text{ООУ: } \begin{cases} \frac{2+x}{10} > 0 \\ \frac{2}{x+1} > 0 \end{cases}$$

\Downarrow



$$x \in (-1; +\infty)$$



ЕДИНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ МУЛЬТИПРЕДМЕТНАЯ
МОРСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР 25316

№3. $\log_3(5-x) + \log_3(7+x) = 2$

$\log_3((5-x)(7+x)) = 2$

$\log_3(35 + 5x - 7x - x^2) = 2$

$\log_3(-x^2 - 2x + 35) = 2$

$-x^2 - 2x + 35 = 9$

$x^2 + 2x - 35 = -9$

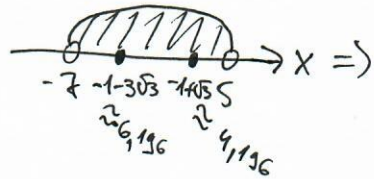
$x^2 + 2x - 26 = 0$

$D = 4 + 104 = 108$

$x = \frac{-2 + \sqrt{108}}{2} = -1 + 3\sqrt{3}$

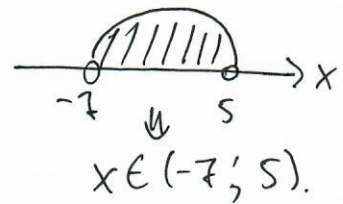
$x = \frac{-2 - \sqrt{108}}{2} = -1 - 3\sqrt{3}$

\Rightarrow



ООУ: $\begin{cases} 5-x > 0 \\ 7+x > 0 \end{cases}$

\downarrow



Ответ: $-1 - 3\sqrt{3}; -1 + 3\sqrt{3}$.

№4.

Дано:

$H = 10 \text{ см}$

$T = 7 \text{ см}$

$t = 2 \text{ см}$

$\rho_B = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

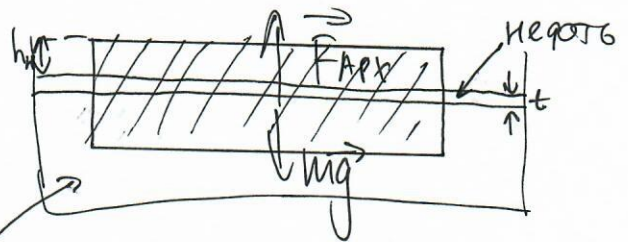
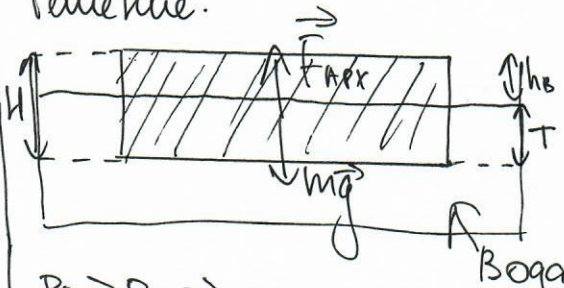
$\rho_H = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

$h_H = ?$

$h_B = ?$

и: $0,1 \text{ м}$
 $0,07 \text{ м}$
 $0,02 \text{ м}$

Решение:



$\rho_B > \rho_H \Rightarrow$ нефть плавает на поверхности воды \Rightarrow нефть не вылетит на силу Архимеда, действующую на брусок $\Rightarrow h_H = H - (T + t) = 0,1 - 0,07 - 0,02 = 0,02 \text{ м}$
 \Rightarrow если нефть заменить на воду, то объём погруженной части тела не изменится, т.к. $\rho_B = \rho_B, \rho_H = \text{const}$
 $\Rightarrow h_B = H - T = 0,1 - 0,07 = 0,03 \text{ м}$

Ответ: $h_H = 0,02 \text{ м}$
 $h_B = 0,03 \text{ м}$

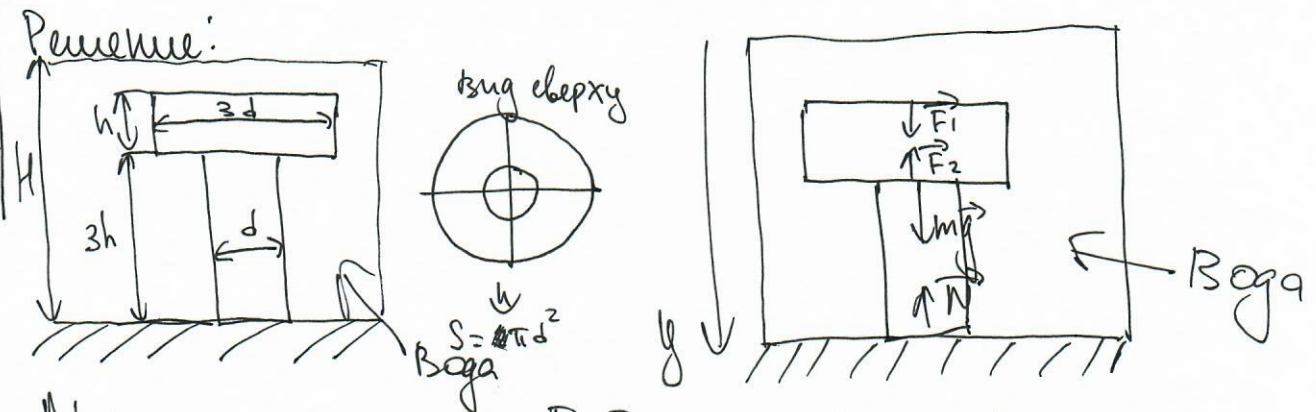


ЕДИНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ МУЛЬТИПРЕДМЕТНАЯ МОРСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР 25316

№5.
Дано:
 $H = 6\text{ м}$
 $h = ?$

Решение:



N - сила реакции грунта. F_1, F_2 - силы давления воды, ρ_B - ρ бетона, ρ_K - ρ воды.
Т.к. конструкция стоит на грунте $\Rightarrow F_{\text{Арх}} = 0 \Rightarrow$

По III закону Ньютона:

0y:

$$-N + mg + F_1 - F_2 = 0$$

$$\Rightarrow N = mg + F_1 - F_2$$

$$m = \frac{\pi \rho_B}{4} (d^2 \cdot 3h + g d^2 h) ; \quad F_1 = \frac{\pi \cdot g d^2}{4} \rho_K (H - 3h - h)$$

$$F_2 = \frac{\pi (g d^2 - d^2)}{4} \rho_K (H - 3h)$$

$$N = \frac{\pi g}{4} (\rho_B (d^2 \cdot 3h + g d^2 h) + g d^2 \rho_K (H - 3h - h) - ((g d^2 - d^2) \rho_K (H - 3h)))$$

$$N = \frac{\pi g}{4} (\rho_B \cdot 12 d^2 h + \rho_K \cdot g d^2 H - \rho_K g d^2 4h - \rho_B g d^2 H + \rho_B g d^2 3h)$$

$$N = \frac{\pi g}{4} (\rho_B \cdot 12 d^2 h + \rho_B \cdot d^2 H - \rho_K 12 d^2 h)$$

$$N = \frac{\pi g}{4} (\rho_B \cdot 12 d^2 h + \rho_B d^2 H - \rho_K 12 d^2 h)$$

$$N = \frac{\pi g}{4} (6 d^2 (\rho_B \cdot 2h + \rho_B - \rho_K \cdot 2h)) = \frac{\pi g}{4} (6 d^2 (\rho_B \cdot 2h - \rho_K (2h - 1)))$$

$$\Rightarrow \rho_B \cdot 2h - \rho_K (2h - 1) = \frac{N \cdot 4}{\pi g 6 d^2}$$

$$\rho_B 2h - \rho_K 2h + 1 = \frac{N \cdot 4}{\pi g 6 d^2} \Rightarrow 2h(\rho_B - \rho_K) = \frac{N \cdot 4}{\pi g 6 d^2} - 1$$



ЕДИНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ МУЛЬТИПРЕДМЕТНАЯ
МОРСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР 25316

№5. (продолжение).

$$2h = \frac{N_4}{\pi \rho g d^2} - 1 = \frac{N_4 - \pi \rho g d^2}{(\pi \rho g d^2)(\rho_8 - \rho_6)}$$

$$h = \frac{N_4 - \pi \rho g d^2}{(\pi \rho g d^2)(\rho_8 - \rho_6) \cdot 2}$$

Объем: $\frac{N_4 - \pi \rho g d^2}{(\pi \rho g d^2)(\rho_8 - \rho_6) \cdot 2}$.