ЕДИНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ МУЛЬТИПРЕДМЕТНАЯ
МОРСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР 26137

Класс 10

Площадка написания Мурманск

Предмет Морская инженерия

№1

Пусть карточки 1 лежат в первой стопке, тогда карточки 2 положим во вторую (1+1=2), карточки 3 снова кладём во ~~первую~~ вторую стопку. Карточки 4 нельзя положить ~~4 4~~ ~~в первую (1+3=4)~~ во вторую (2+2=4), ~~4 4 во вторую (2+2=4); Значит нужна третья стопка. Карточку 5, как и последующие, можно класть в любую стопку обе и условия будут соблюдаться.~~

~~1 стопка: 1 1 3 3~~
~~2 стопка: 2 2~~
~~3 стопка: 4 4~~

1 стопка: 1 1 4 4 10 10 12 12
2 стопка: 2 2 3 3 11 11 13 13
3 стопка: 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9

Значит кладём в первую. Карточки 5 нельзя положить ни в первую (1+4 = 5), ни во вторую (2+3). ⇒ нужна третья стопка. Дальше карточки можно раскладывать по этим трём стопкам, будут ~~удовлетворят~~ соблюдаться оба условия ⇒ три стопки

ШИФР 26137

№2 $y_1 = kx + l$
$y_2 = \frac{1}{x}$

1) Рассмотрим график: $y = kx + l$, $l = OC$, $OC = 3 \Rightarrow$
$y = kx + 3$

2) Пересечение функции (y_1) с осью Ox в $B \Rightarrow$ в этой точке $y = 0 \Rightarrow 0 = kx + 3 \Rightarrow x = -\frac{3}{k}$, значит координаты точки $B\left(-\frac{3}{k}; 0\right)$

3) Пересечение ~~графика~~ функции (y_1) с гиперболой (y_2) в точках A и D, в этих точках $y_1 = y_2 \Rightarrow$
$kx + 3 = \frac{1}{x} \Rightarrow kx^2 + 3x - 1 = 0$
$D = 9 + 4k \Rightarrow x_1, x_2 = \frac{-3 \pm \sqrt{9+4k}}{2k} \Rightarrow$ в точке A $x < 0$, ~~в точке D~~ в точке D $x > 0$

координаты точек A и D: $A\left(\frac{-3-\sqrt{9+4k}}{2k}; \frac{1}{\frac{-3-\sqrt{9+4k}}{2k}}\right)$

$D\left(\frac{-3+\sqrt{9+4k}}{2k}; \frac{1}{\frac{-3+\sqrt{9+4k}}{2k}}\right)$

4) Так как $AB = BC = CD$ (по услов.)

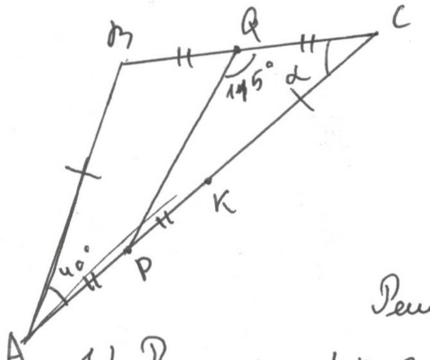
$BC = \sqrt{\left(\frac{3}{k}\right)^2 + 3} = \sqrt{\frac{9}{k^2} + 9} = \sqrt{\frac{9 + 9k^2}{k^2}} = \sqrt{\frac{9(1+k^2)}{k^2}} = \frac{3\sqrt{1+k^2}}{k}$

$AB = \sqrt{\left(x_A + \frac{3}{k}\right)^2 + \left(\frac{1}{x_A}\right)^2} = \sqrt{x_A^2 + \frac{6}{k} + \frac{9}{k^2} + \frac{1}{x_A}}$

$CD = \sqrt{x_D^2 + \left(\frac{1}{x_D} - 3\right)^2} = \sqrt{x_D^2 + \frac{1}{x_D^2} - \frac{6}{x_D} + 9}$

x_A - координата A по Ox
x_D - координата D по Ox

ШИФР 26137



№3

Дано: $\triangle ABC$; $\angle A = 40°$; $AB < CA$;
$AB = Ck$; $AP = PK = BQ = QC$; $\angle PQC = 115°$

Найти: $\angle ACB$.

Решение:

1) Рас. $\triangle ABC$; Пусть $\angle ACB = \angle \alpha$, тогда $\angle ABC = 140 - \alpha$

~~Пусть~~ $AC = c$; $CK = m = AB$

по теореме синусов

$$\frac{AB}{\sin\angle ACB} = \frac{AC}{\sin\angle ABC} = \frac{BC}{\sin\angle BAC} \Rightarrow AC = \frac{AB(\sin(140-\alpha))}{\sin\alpha}$$

$$\frac{AB}{\sin\alpha} = \frac{AC}{\sin(140°-\alpha)} = \frac{BC}{\sin 40°} \qquad c = \frac{m(\sin(140-\alpha))}{\sin\alpha}$$

2) Рас. $\triangle PQC$, $QC = \frac{BC}{2} \Rightarrow QC = \frac{m\sin 40°}{2\sin\alpha}$

$$PC = \frac{AC + CK}{2} \Rightarrow PC = \frac{c+m}{2} \Rightarrow PC = \frac{m(\sin(140°-\alpha) + \sin\alpha)}{2\sin\alpha}$$

тогда по теореме косинусов

$$PC^2 = QC^2 + PQ^2 - 2QC \cdot PQ \cdot \cos 115°$$

$$\left(\frac{m(\sin(140°-\alpha)+\sin\alpha)}{2\sin\alpha}\right)^2 = \left(\frac{m\sin 40°}{\sin\alpha}\right)^2 + PQ^2 - 2\cdot\frac{m\sin 40°}{\sin\alpha}\cdot PQ\cdot\cos 115°$$

ШИФР 26137

№ 4

Дано:
u - скорость волн
V_0 - нач. частота
V - катера
α

V_1 - к берегу.
V_2 - от берега.

Решение:
распишим проекцию скорости катера
$V_{\parallel} = V\cos\alpha$ (не влияет) $\Rightarrow$ не учитываем
$V_{\perp} = V\sin\alpha$ (влияет) $\Rightarrow$ используем

$\lambda = \dfrac{u}{V_0}$; ~~$V = \dfrac{u_{отн}}{\lambda}$~~ $u_{отн}$ - проекция скорости течения

$V = \dfrac{u_{отн}}{\lambda}$; к берегу $u_{отн} = u - V\sin\alpha$

от берега

~~$u_{отн} = u + V\sin\alpha$~~

$u_{отн} = u + V\sin\alpha$

к берегу: $V_1 = \dfrac{u - V\sin\alpha}{\frac{u}{V_0}}$

$V_1 = V_0\left(1 - \dfrac{V\sin\alpha}{u}\right)$

от берега: $V_2 = \dfrac{u + V\sin\alpha}{\frac{u}{V_0}}$

$V_2 = V_0\left(1 + \dfrac{V\sin\alpha}{u}\right)$

Ответ:
$V_1 = V_0\left(1 - \dfrac{V\sin\alpha}{u}\right)$
$V_2 = V_0\left(1 + \dfrac{V\sin\alpha}{u}\right)$

ЕДИНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ МУЛЬТИПРЕДМЕТНАЯ
МОРСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР 26137

№5

Дано:

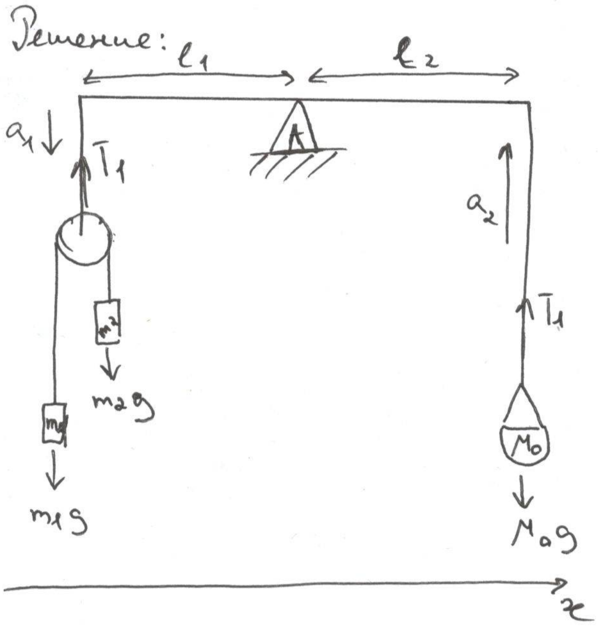
~~...~~ $m_1 = m_2$

M_0

$\Delta M - ?$

$d - ?$

Решение:



Так как нить невесома и нерастяжима $|\vec{T_1}| = |\vec{T_2}|$; $|\vec{a_1}| = |\vec{a_2}|$

$T_1 = m_1 g + m_2 g$; $T_1 = (m_1+m_2) g$

$T_2 = M_0 g$

система в равновесии $\Rightarrow$

$(m_1+m_2)\cancel{g} = M_0 \cancel{g}$

$M_0 = m_1 + m_2$

oy: $F = T_1 + T_2 \Rightarrow F = (m_1+m_2) g$

При движении системы: $F = Ma$; $a = \frac{F}{M}$; $a = \frac{(m_1+m_2)g}{m_1+m_2}$

$a = g$

~~...~~ $T = \frac{2 m_1 m_2 g}{m_1+m_2}$

~~система в~~ система в равновесии

oy: $F' = 2T \Rightarrow F' = \frac{4 m_1 m_2 g}{m_1+m_2}$; $M\cancel{g} = \frac{4 m_1 m_2 \cancel{g}}{m_1+m_2} \Rightarrow M = \frac{4 m_1 m_2}{m_1+m_2}$

$\Delta M = M - M_0$; $\Delta M = \frac{4 m_1 m_2}{m_1+m_2} - m_1 + m_2$; $\Delta M = -\frac{(m_1-m_2)^2}{m_1+m_2}$

$\boxed{\text{массу стоит уменьшить на } \frac{(m_1-m_2)^2}{m_1+m_2}}$

(Продолжение задачи №5)

Распишем правило моментов, ~~где~~ когда ось вращения находится в точке A: $M_c l_1 = F' l_2$

$l_1 = 1 + d$; $l_2 = 1 - d$ $\Rightarrow (m_1+m_2)\cancel{g}(1+d) = \frac{4m_1 m_2 \cancel{g}}{m_1+m_2}(1-d)$

$$(m_1+m_2)(1+d) = \left(\frac{4m_1m_2}{m_1+m_2}\right)(1-d)$$

~~$m_1^2 + 2m_1m_2 + m_2^2 + m_1^2 d + 2$~~ $(m_1+m_2)^2(1+d) = 4m_1m_2(1-d)$

$m_1^2 + 2m_1m_2 + m_2^2 + m_1^2 d + 2m_1m_2 d + m_2^2 d = 4m_1m_2 - 4m_1m_2 d$

~~$m_1^2 + 2m_1m_2 + m_2^2 - 4m_1m_2$~~

$m_1^2 - 2m_1m_2 + m_2^2 = -4m_1m_2 d - 2m_1m_2 - m_1^2 d - m_2^2 d$

$(m_1 - m_2)^2 = -6m_1m_2 d - m_1^2 d - m_2^2 d$

$(m_1 - m_2)^2 = -d(6m_1m_2 + m_1^2 + m_2^2)$

$-d = \frac{(m_1-m_2)^2}{m_1^2 + 6m_1m_2 + m_2^2} \Rightarrow |d| = \frac{(m_1-m_2)^2}{m_1^2+6m_1m_2+m_2^2}$

Ответ: $\Delta M = \frac{(m_1-m_2)^2}{m_1+m_2}$, стоит уменьшить

$d = \frac{(m_1-m_2)^2}{m_1^2+6m_1m_2+m_2^2}$, сместить влево

опору потребуется сместить ~~вправо~~ влево на $\frac{(m_1-m_2)^2}{m_1^2+6m_1m_2^2+m_2^2}$