ЕДИНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ МУЛЬТИПРЕДМЕТНАЯ
МОРСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР 26571

Класс 11

Площадка написания Подпорожье МБОУ „Подпорожская СОШ №4 им. М. Горького"

Предмет Судовождение

Задание 1. Дано: 1 маяк: цикл 6 секунд + 6 секунд = = 12 секунд; 2 маяк: цикл 8 секунд + 8 секунд = = 16 секунд; 3 маяк: цикл 9 секунд + 9 секунд = = 18 секунд; стартуют одновременно все три маяка.

Найти: через какое время все три маяка одновременно окажутся в фазе „включено"?

Решение: 1. Определить моменты включения каждого маяка: 1) первый маяк: каждые 12 секунд (в начале каждого цикла); включен в моменты: 0, 12, 24, 36, 48, ...

2) второй маяк: каждые 16 секунд (в начале каждого цикла); включен в моменты: 0, 16, 32, 48, 64...

ШИФР 26571

3) третий маяк: каждые 18 секунд (в начале каждого цикла); включен в моменты: 0, 18, 36, 54, 72...

2. Найти общий момент включения всех трёх маяков: 1) необходимо найти наименьшее время (но $t>0$), которое кратно периодам всех трёх маяков. То есть: $t = НОК(12, 16, 18)$, где НОК – наименьшее общее кратное.

3. Вычислить НОК: 1) $12 = 2^2 \cdot 3$

2) $16 = 2^4$

3) $18 = 2 \cdot 3^2$;

4) перемножить максимальные степени всех трёх чисел (2^4 и 3^2): $НОК = 2^4 \cdot 3^2 = 16 \cdot 9 = 144$ секунды.

4. Проверить: 1) $144 : 12 = 12$ (циклов первого маяка → → включен);

2) 144 : 16 = 9 (циклов второго маяка → включен);

3) 144 : 18 = 8 (циклов третьего маяка → включен).

Ответ: все три маяка снова вместе включатся через 144 секунды.

Задание 2. Дано: всего 10 шлюпок; 1 матрос: „Есть 5 покрашенных шлюпок"; 2 матрос „Это неправда" (опровергает первого). „Есть 3 не покрашенные шлюпки"; 3 матрос: „Покрашено чётное число шлюпок"; верно только 1 утверждение.

Найти: сколько шлюпок покрашено?

Решение: 1. Обозначить количество покрашенных шлюпок как x. Тогда не покрашено: $10-x$.

2. Утверждения: 1) 1 матрос: $x=5$;

2) 2 матрос: $x \neq 5$;

2.1) 2 матрос, 2 утверждение: $10-x=3 \Rightarrow x=7$;

3) 3 матрос: x – чётное число.

3. Предположим $x=5$: 1) утверждение 1 (верно): $5=5$;
2) утверждение 2 (ложь): $x \neq 5$ – неверно, так как $x=5$;
3) утверждение 2.1 (ложь): $x=7$ – неверно;
4) утверждение 3 (ложь): 5 – нечётное число.

4. Итого: верно 1 утверждение (1 матроса), но если $x=5$, то утверждение 2.1 („3 не покрашенные") тоже должно проверяться: $10-5=5$, а $5 \neq 3$, значит, оно ложное.

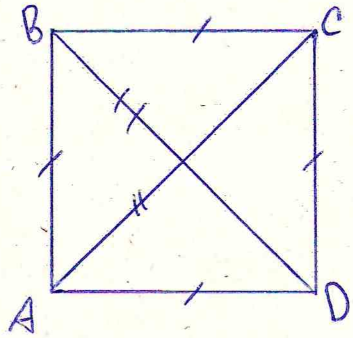
Ответ: покрашено 5 шлюпок.

Задание 3. Дано: 4 маяка на плоскости (A, B, C, D); все 6 попарных расстояний между ними (4 расстояния равные a, 2 расстояния равны b (где $a \neq b$)); штурман предположил, что это квадрат.
Найти: проверить верно-ли предположение штурмана.
Решение: 1. Квадрат подходит, потому что: 1) 4 стороны равны ($AB=BC=C\cancel{D}D=DA=a$);

ЕДИНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ МУЛЬТИПРЕДМЕТНАЯ
МОРСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР 26571

2) 2 диагонали равны ($AC = BD = b$, где AC и ~~к~~ $BD = a\sqrt{2}$).



2. Пример: 1) пусть $a = 1$, тогда AC и ~~к~~ $BD = \sqrt{2}$;

2) расстояния: $4 \cdot 1$ (стороны) и ~~$2 \cdot \sqrt{2}$ (диагонали~~ $1 \cdot \sqrt{2}$ (диагонали). Условие выполнено.

3. Почему не подходит, например, ромб: 1) в нём все 4 стороны равны, но диагонали не будут равны (если этот ромб не является квадратом), так как в ромбе диагонали разные;

2) таким образом 2 расстояния b не равны друг другу.

Ответ: да, маяки обязаны быть вершинами квадрата. Других плоских конфигураций с такими свойствами не существует.

Задание 4. Дано: расстояние между пристанью и вокзалом L; бревно, движущееся со скоростью течения реки; катер движется до вокзала за время t; катер встречает бревно (на обратном пути) на расстоянии S от вокзала.

Найти: скорость течения реки и собственную скорость катера.

Решение: 1. Введу условные обозначения: 1) u – скорость течения реки; 2) v – скорость катера (в стоячей воде).

2. Движение катера вниз по течению (к вокзалу):

1) скорость катера по течению относительно берега:

$\cancel{v_{по\ теч.}} = v_{по\ течению} = v+u$;

2) время движения до вокзала: $t = \frac{L}{v+u} \Rightarrow L = t(v+u)$. (1)

3. Движение катера вверх по течению (обратно): 1) скорость катера против течения относительно берега:

$v_{против\ течения} = v-u$;

2) пусть время обратного пути до встречи – t_1;

3) расстояние за время t_1: $S=(v-u)t_1$. (2)

4. Движение бревна: 1) бревно плывёт со скоростью течения (u) и начало движение одновременно с катером; 2) общее время движения бревна до встречи: $t+t_1$; 3) за это время бревно проплыло расстояние:

$L-S=u(t+t_1)$. (3)

5. Решаю уравнения: 1) подставляю t_1 в уравнение (3):

$L-S=u\left(t+\frac{S}{v-u}\right)$; 2) раскрываю скобки: $L-S=ut+\frac{u\cdot S}{v-u}$;

3) подставляю L из (1): $t(v+u)-S=u\cdot t+\frac{u\cdot S}{v-u}$;

4) упрощаю: $tv+tu-S=tu+\frac{u\cdot S}{v-u} \Rightarrow tv-S=\frac{u\cdot S}{v-u}$;

5) домножаю на „$v-u$": $(tv-S)(v-u)=u\cdot S$,

$tv(v-u)-S(v-u)=u\cdot S$,

$tv^2-tvu-Sv+Su=u\cdot S$;

ЕДИНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ МУЛЬТИПРЕДМЕТНАЯ
МОРСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР 26571

6) переношу все члены в одну сторону: $tv^2 - tvu - Sv = 0$, $v(tv - tu - S) = 0$;

7) так как $v \neq 0$, то: $tv - tu - S = 0 \Rightarrow v - u = \frac{S}{t}$. (4)

6. Нахожу u и v: 1) из уравнения (4): $v = u + \frac{S}{t}$;

2) подставляю v в уравнение (1): $L = t(u + \frac{S}{t} + u) = t(2u + \frac{S}{t}) = 2tu + S \Rightarrow 2tu = L - S \Rightarrow u = \frac{L-S}{2t}$;

3) нахожу v: $v = u + \frac{S}{t} = \frac{L-S}{2t} + \frac{S}{t} = \frac{L-S+2S}{2t} = \frac{L+S}{2t}$.

Ответ: скорость течения реки (u): $u = \frac{L-S}{2t}$;
собственная скорость катера (v): $v = \frac{L+S}{2t}$.

Задание 5. Дано: постоянная скорость V; через время t скорость начинает линейно увеличиваться так, что ещё через время t она удваивается (то есть становится $2V$).

Найти: путь L, пройденный судном за время t от начала движения.

Решение: 1. Анализ движения: 1) первые t секунд судно движется равномерно со скоростью V; 2) следующие t секунд скорость линейно растёт от V до 2V.

2. Путь за первые t секунд: 1) так как движение равномерное, путь вычисляется по формуле:

$L = V \cdot t$.

Ответ: $L = V \cdot t$.